La Teoría del Caos: ¿Ultima oportunidad para la interpretación del Mercado Inmobiliario?

Por:
Roberto Piol
CIV 32.290 / SOITAVE 260 / UPAV 94

La Teoría del Caos: ¿Ultima oportunidad para la interpretación del Mercado Inmobiliario?

Por:
Roberto Piol
CIV 32.290 / SOITAVE 260 / UPAV 94

Abstract:

Las matemáticas durante muchos siglos estuvo confinada a un “Mundo Lineal”. Los sistemas dinámicos del mundo real, en su mayoría representados por sistemas de ecuaciones no lineales; se les consideraban como de un comportamiento aleatorio e impredecible.

Sin embargo; nuestro mundo es fundamentalmente un mundo “No Lineal”, donde la linealidad es una excepción o una simplificación.

Los Sistemas Dinámicos se pueden clasificar como: Sistemas Estables, Sistemas Inestables o Estocásticos y Sistemas Caóticos.

La sensibilidad al cambio en las condiciones iniciales de un “Sistema Dinámico”, puede llegar hasta el punto de no permitirle predecir el comportamiento de un fenómeno más allá de un corto plazo.

Se tomará una operaciones de compra-venta de inmuebles provenientes de diferentes Registros Inmobiliarios durante un período de tiemplo y se intentará demostrar si las series estudiadas muestran o no un “Comportamiento Caótico”.

Si es demostrado dicho comportamiento, se determinará su modelo y se comprobará su capacidad de predicción en distintos lapsos de tiempo.

Keywords: “teoría del caos”, atractor, fractal, “sistemas dinámicos”, “exponentes de Lyapunov”, “sistemas inestables”, azar, “sistema caótico”, “ecuación logística”, “atractor extraño”, determinismo,

INDICE

La Teoría del Caos: ¿Ultima oportunidad para la interpretación del Mercado Inmobiliario?

Por:
Roberto Piol Puppio
CIV 32.290 / SOITAVE 260 / UPAV 94

1.0 INTRODUCCION

UNO:

Por un clavo, se perdió una herradura,
Por una herradura, se perdió un caballo,
Por un caballo, se perdió un jinete,
Por un jinete, se perdió un mensaje,
Por un mensaje, se perdió una batalla,
Por una batalla, se perdió el Reino.

(Anónimo)

DOS:

El aletear de una mariposa en Sri Lanka,
podría generar un huracán en El Caribe.

(Parafraseando al Dr. Edward Lorenz)

TRES:

—Dios mío —se quejó Gennaro—. Todo lo que quiero saber es, ¿por qué piensa usted que la isla de Hammond no puede funcionar?

—Entiendo—respondió Malcom—. Ya llego a eso. La teoría del caos dice dos cosas: primero, que los sistemas complejos, como el clima, tienen un orden subyacente.

—Segundo—procedió Malcom—. la inversa de eso, que sistemas simples pueden producir un comportamiento complejo.

(Parque Jurásico I. 1993. Universal Studios. Dirección: Steven Spielberg. Guión: David Koepp, Malia Scotch Marmo, Michael Crichton. Reparto: Sam Neill, Laura Dern, Jeff Goldblum y Richard Attenborough)

1.1 El Caos dentro de un "Orden Aparente"

Las matemáticas durante muchos siglos estuvieron confinadas a un "Mundo Lineal". Los sistemas dinámicos del mundo real, en su mayoría representados por sistemas de ecuaciones no lineales; se les consideraban como de un comportamiento aleatorio e impredecible.

Sin embargo; nuestro mundo es fundamentalmente un mundo "No Lineal", donde la linealidad es una excepción o una simplificación.

Se podría definir la "Teoría del Caos", como un análisis cuantitativo del "Comportamiento Inestable y Aperiódico" de sistemas dinámicos no lineales.

Lo realmente increíble acerca de ésta definición; es que un "Comportamiento Inestable y Aperiódico" puede ser encontrado incluso en un "Sistema Matemático Simple", donde su comportamiento podría ser tan "complejo e impredecible", que puede fácilmente confundirse como un "Modelo Aleatorio".

1.2 Ilustración de la “Teoría del Caos”

Los tres párrafos, citados al principio de esta sección, indican claramente que un pequeño cambio en las condiciones iniciales de un fenómeno, puede resultar en una gigantesca transformación dinámica en su resultado:

Tabla N° 0

PARRAFO	*CAMBIO EN LA CONDICION INICIAL*	*RESULTADO DEL FENOMENO*
UNO	Pérdida de un solo clavo	Pérdida de todo el Imperio
DOS	El mínimo volumen de aire desplazado por el ligero movimiento de las ala de una mariposa en Sri Lanka	Fuertes ráfagas de vientos huracanados en el Mar Caribe
TRES	La reprogramación de unos pocos genes en la cadena de ADN de reptiles modernos	Inesperada y feroz respuesta de los reptiles clonados en su instinto de conservación y supervivencia

Los Tres ejemplos anteriores, que comúnmente se utilizan para ilustrar el concepto de la “Teoría del caos”. Por más simple que parezcan, son en realidad “Sistemas Dinámicos” muy sensibles a la variación de sus condiciones iniciales.

1.3 Sistemas Dinámicos Determinísticos

"El azar no es más que la medida de la ignorancia del hombre".
Henri Poincaré (1854 - 1912)

“... existen innumerables fenómenos, --que simplemente no responden a una dinámica lineal--, donde pequeños cambios en las condiciones iniciales conducen a enormes cambios en el resultado...”.
Edward N. Lorenz (1917 - 2008)

Un Sistema Dinámico puede ser considerado como una “colección de partes”, que interactúan entre sí y se modifican unas a otras en un período de tiempo.

Aquellos “Sistemas Dinámicos” no aleatorios, donde pequeñas variaciones en sus condiciones iniciales podrían implicar grandes diferencias en sus resultados; hasta el extremo de imposibilitar la predicción de un fenómeno a largo plazo; se denominan: “Sistemas Determinísticos”.

Los fenómenos de azar (aleatorios), como lanzar un dado, no son deterministicos; pues no es posible predecir su resultado. Sin embargo, existen fenómenos en los que no es posible predecir su comportamiento y que a la vez no son aleatorios. (Es ésta una principal propiedad de un “Sistema Caótico”).

1.4 Clasificación de los Sistemas Dinámicos

a) Sistema Estable: Que tiende a lo largo del tiempo a un punto, u órbita, según su dimensión (atractor).

b) Sistema Inestable o Estocástico: Que se escapa de cualquier atractor y donde su solución se basa en procesos aleatorios en que a lo sumo solo se conoce su probabilidad.

c) Sistema Caótico: Los cuales manifiestan los dos comportamientos. Por un lado, existe un atractor por el cual el sistema se ve atraído, pero a la vez, existen "fuerzas" que lo alejan de éste; de manera que el sistema permanece confinado en una zona determinada.

Si bien, es una característica de los “Sistemas Inestables” su gran dependencia a unas condiciones iniciales; pero si se conoce su modelo matemático y se fijan unas condiciones iniciales fijas, se puede predecir su respuesta.

Pero en el caso de un Sistema Caótico, por cada pequeña diferencia en sus condiciones iniciales de un fenómeno, se generará una respuesta totalmente distinta.

1.5 La Ecuación Logística

Para ilustrar el concepto de la sensibilidad de los “Sistemas Dinámicos” a la las condiciones iniciales en el estudio de un fenómeno se recurrirá a uno de los más simples modelos no lineales: “La Ecuación Logística”.

Esta ecuación fue estudiada exhaustivamente desde hace mas de cien años en los trabajos sobre desarrollo de poblaciones y biosistemas por el Prof. Pierre F. Verhulst (1838), posteriormente por el Biólogo Robert May (1976) y recientemente en aplicaciones de economía y ciencias sociales por los Profesores Thiere (2003) y Murray (1989).

La “Ecuación Logística”, es un modelo “No Lineal”, que tiene la tipología siguiente:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = k * \ (1 - y)$$

Resolviendo la ecuación diferencial:

$$y_{t+1} = y_t + k * y_t * (1 - y_t)$$

La “Ecuación Logística”, tiene la propiedad de alterar su modelo (Estable, Caótica o Inestable), en función de muy pequeñas variaciones en el valor que tome el coeficiente “k”.

En otras palabras, un muy pequeño cambio en el valor del coeficiente “k”, va a traer como resultado un cambio muy significativo en el modelo, de acuerdo a la siguiente tabla:

Tabla N° 1

Si k < 3,0	El modelo presentará un “Comportamiento Estable” y la función convergerá a un punto o a una órbita en equilibrio.
Si 3,0 < k < 3,57	El modelo presentará un “Comportamiento Caótico” y la función evolucionará a órbitas periódicas acotadas. Cada vez más complejas Pudiéndose presentar bifurcaciones en la función.
Si 3,57 < k < 4,0	El modelo presentará un “Comportamiento Caótico” y la función evolucionará a órbitas periódicas complejas. Pudiéndose presentar bifurcaciones en la función.
Si k > 4,0	El modelo presentará un “Comportamiento Caótico” y la función evolucionará a órbitas “No Predecibles”, indicando la presencia de un “Atractor Extraño”. Si bien inicialmente el modelo es Caótico, pero podría transforma en un sistema inestable o estocástico, no permitiendo la predicción de un fenómeno en el medio plazo

1.6 Ejemplo de aplicación del concepto de "Sensibilidad a las Condiciones Iniciales" en sistemas dinámicos

Para la determinación del comportamiento de los Precios Unitarios (PU) de una serie de inmuebles referenciales (apartamentos en propiedad horizontal) en la Urbanización de Interés Social "Coche" (Caracas); en base a los datos obtenidos en la Oficina de Registro Inmobiliario de la circunscripción para el período Enero / 2008 – Junio / 2013 (226 datos obtenidos después de la depuración de la muestra estudiada):

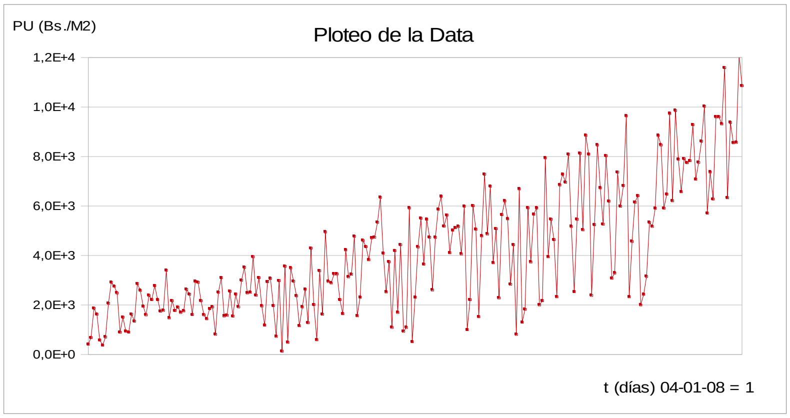
Fotografía N° 1:

TABLA N° 2: Base de Datos (parcial, solo como ilustración)

APARTAMENTOS DE INTERES SOCIAL EN LA PARROQUIA COCHE. CARACAS										
Descripción Urbanización	Vendedor	Comprador	Dirección L1	Area Construc	Bs Monto Venta	Precio Bs/m2	Año Term	Tomo	Número	Fecha Registro
COCHECITO	ALEX GONZALEZ	NEYESKS GONZALEZ	BLOQUE 27 EDF 1 P/5 Nº 0502	72,00	30.000,00	417,00	1973	1	35	2008-01-04
COCHE	DIEGO MEDINA	ELIANA MEDINA	EDF 1 BLOQUE 14 P/14 Nº 1405	73,25	50.000,00	683,00	1976	1	38	2008-01-04
COCHECITO	YONAUDE ESCOBAR	PAOLA VENEGAS	BLOQUE 5 EDF 4 P/4 Nº 04/01		120.000,00	1.863,00	1972	2	25	2008-01-08
COCHECITO	PEDRO NUÑEZ	RUDHIT CONTRERAS	EDF 1 O/8 Nº 0807	67,63	110.000,00	1.626,00	1973	2	43	2008-01-09
LA RINCONADA	ANGELITA SANCHIS	MARIA MENDEZ	BLOQUE 29 P/3 Nº B6	61,76	36.000,00	583,00	1975	3	6	2008-01-10
COCHE	INAVI	LORENZO BENITEZ	CJTO. AE BLOQUE 25 EDF 1 P/4 Nº 0402	101,00	38.000,00	376,00	1974	4	25	2008-01-17
CARLOS DELGADO CHALBAUD	INAVI	ISBELIA RINCON	BLOQUE 11 EDF 13 P/13 Nº 1304	71,00	50.000,00	704,00	1976	4	29	2008-01-17
COCHECITO	ANGEL URBINA	CANDIDA SANCHEZ	CJTO. AC BLOQUE 3 EDIF. 1 P/13 Nº 1303	67,68	140.000,00	2.069,00	1973	7	4	2008-01-28
LA RINCONADA	GUSTAVO AGUADO	FELIX AGUADO	CJTO. 27 P/2 NºB5	61,76	180.000,00	2.915,00	1975	7	50	2008-01-31
LA RINCONADA	CAROLINA ZAMBRANO	RAMON FERNANDEZ	BLOQUE 31 BLOQUE 31 P/3 Nº 37	61,76	170.000,00	2.753,00	1975	10	3	2008-02-12

(Siguen más datos.........)

Gráfico N° 1: Ploteo de la Data



Para la demostración de la influencia de las “Condiciones Iniciales” en un “Sistema Caótico”; se planteó el estudio del siguiente “Sistema Dinámico” en dos variable (*):

(*) Nota: Como anteriormente se refirió, el modelo dinámico “no linear” más sencillo para su estudio se denomina: “Ecuación Logística” y se basa en la hipótesis de que en una sucesión temporal un término enésimo, estaría en función del término anterior.

$$PU_{t+1} = k * PU_t * (1 - PU_t)$$

Donde:	PU_{t+1}	Precio Unitario del Apartamento en el período t+1 (Bs.F./M2)
	PUt	Precio Unitario del Apartamento en el período t (Bs.F./M2)
	k	Constante

Debido a que la presencia de “modelos no lineales” y la “sensibilidad a las condiciones iniciales” son propiedades de los “Modelos Dinámicos Deterministas” (tal como lo es la ecuación logística) y por ende del “Comportamiento Caótico”.

Se tomó una muestra de 226 datos referenciales correspondientes los años 2008 y 2013 en diferentes urbanizaciones de apartamentos de interés social bajo el Régimen de la “Propiedad Horizontal” en la Parroquia Coche.

Utilizando el Paquete Estadístico Matemático avanzado SCILAB 5.5.1 para Windows (R) de la empresa Scilab Enterprises Inc. (www.scilab.org). Shareware que puede bajarse gratuitamente de Internet:

Se procedió a calcular el "Modelo Dinámico" que explica la variación del Precio Unitario de Apartamentos en función al tiempo siguiente:

$$PU_{t+1} = 3{,}15731 * PU_t * (1 - PU_t)$$

Cuyos estadígrafos de control son los siguientes:

k = 3,15731
σ Precio Unitario = -7.130,2444022
σ Tiempo en días = 0,1772112897
R2 Coeficiente de Determinación = 0,70041454
σ Regresión = -1593,844638
F Fisher = 373,640294
Grados de Libertad = 225
SCR = 949.173.660,297345
SCE = 571.576.664,72468

Siguen otros estadígrafos con poca relevancia para este caso

2.0 LA SENSIBILIDAD A LAS CONDICIONES INICIALES

2.1. Demostración Práctica:

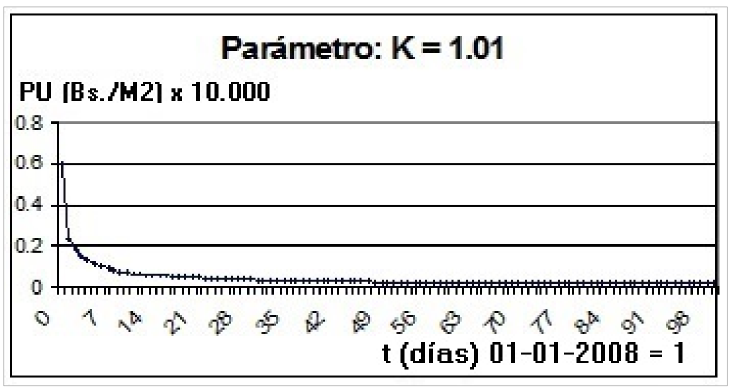
A fin de demostrar la sensibilidad de un "Sistema Dinámico" a pequeñas variaciones en sus condiciones iniciales; se procedió a modificar levemente el parámetro o constante "k", del modelo dinámico generado por los referenciales.

Para esto, se ploteó el mismo modelo Seis (6) veces, modificando en cada caso únicamente la Constante "k".

Se utilizó el paquete matemático avanzado SCILAB 5.5.1 para Windows. (R) Scilab Enterprises, Inc. (www.scilab.org).

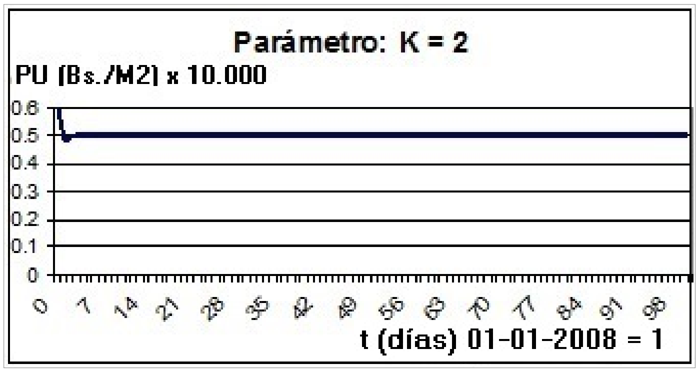
Solo se presenta la salida de los primeros Cien (100) días de 2008 por razones de diagramación:

Gráfico Nº 2



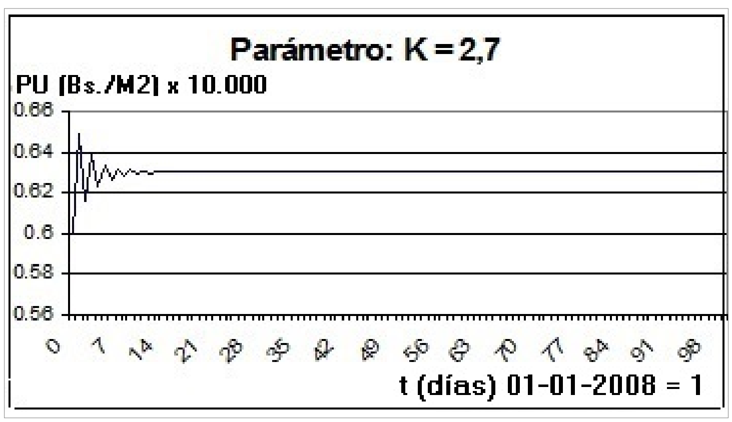
Como se observa en el Gráfico Nº 2, cuando se fija el valor de la constante "k" en 1.01: La serie rápidamente converge a un valor de PU muy cercano a cero.

Gráfico Nº 3



En el Gráfico Nº 3, se observa que al fijar el valor de la constante “k” en 2, casi inmediatamente la curva converge a al valor 0,5 (0,50 x 10.000 = 5.000 Bs./M2).

Gráfico Nº 4

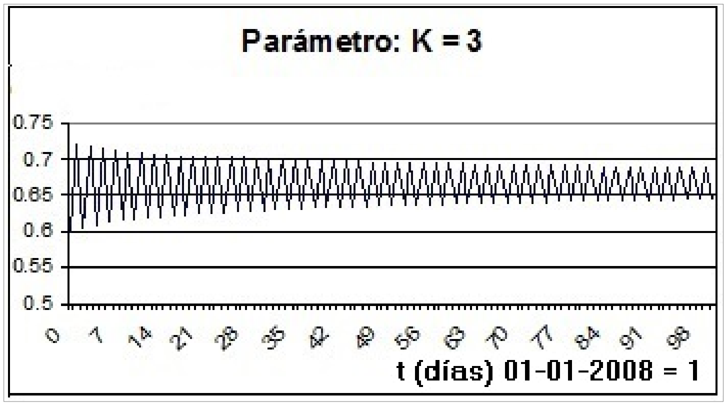


En el gráfico Nº 4, se observa que si la constante “k” se fija en 2.7, luego de solo unas pocas iteraciones, la salida se estabiliza en el valor PU = 0,63 (0,63 x 10.000 = 6.300 Bs./M2).

Al converger el ploteo de la función asintóticamente al punto estable 0,63 (0,63 x 10.000 = 6.300 Bs./M2); indica que se está frente al concepto de “Atractor”.

Nótese que en el Gráfico Nº 3, el valor 0,5 (0,50 x 10,000 = 5.000 Bs./M2), también constituye un “Atractor”, “atrae la curva al valor PU = 0,5” tal como se aprecia en el ploteo de la función $PU_{(t)}$.

Gráfico Nº 5



El gráfico Nº 5 ilustra el comportamiento de la función cuando la constante “k” es 3,0.

Obsérvese que en este caso, se presenta un comportamiento distinto a los Tres (3) gráficos anteriores: La serie no se estabiliza en un punto, sino mas bien converge en una zona entre los valores de 0,48 y 0,82 (Entre 4.800 y 8.200 Bs./M2).

Dicho en otras palabras: El fenómeno se mantiene dentro de un “Sistema de Bandas”, pero no converge a un punto específico.

Gráfico Nº 6

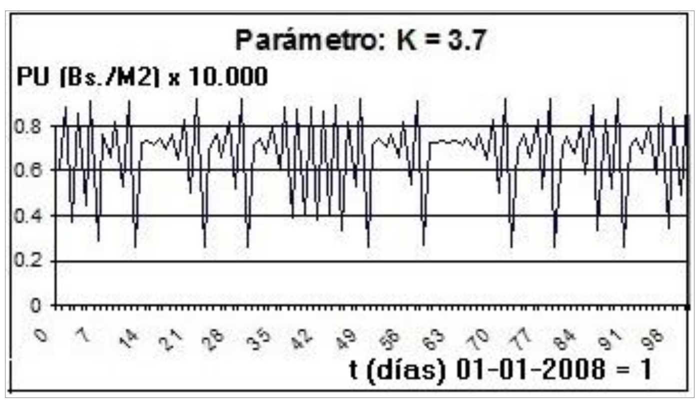
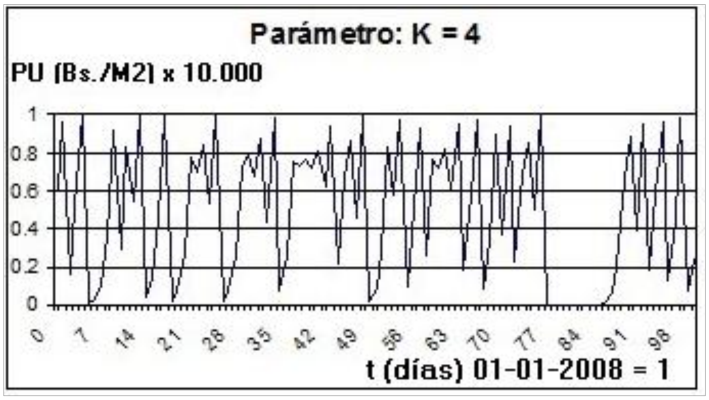


Gráfico N° 7



En los gráficos N° 6 y N° 7, donde la constante "k" fue fijada en los valores k = 3,7 y k = 4,0 respectivamente; estamos en presencia de Dos (2) "Distribuciones Caóticas", donde en ambas funciones el Precio Unitario toman un sin número de valores, que oscilan en forma imprevisible entre aproximadamente $PU_{(t)} = 0,0$ y $PU_{(t)} = 1,0$ (desde 0,0 hasta 1,0 x 10.000 Bs./M2). Cumpliendo claramente un comportamiento acotado (0,00 a 10.000 Bs./M2).

Aunque las Dos (2) series (gráficos N° 6 y N° 7), aparenten ser "comportamientos aleatorios":

a) Son generados por un "Modelo Dinámico Determinista": $PU_{t+1} = k * PU_t * (1 - PU_t)$

b) El fenómeno se mantiene dentro de un "Sistema de Bandas"

Por lo tanto podrían ser identificadas como: "Sistemas Caóticos"

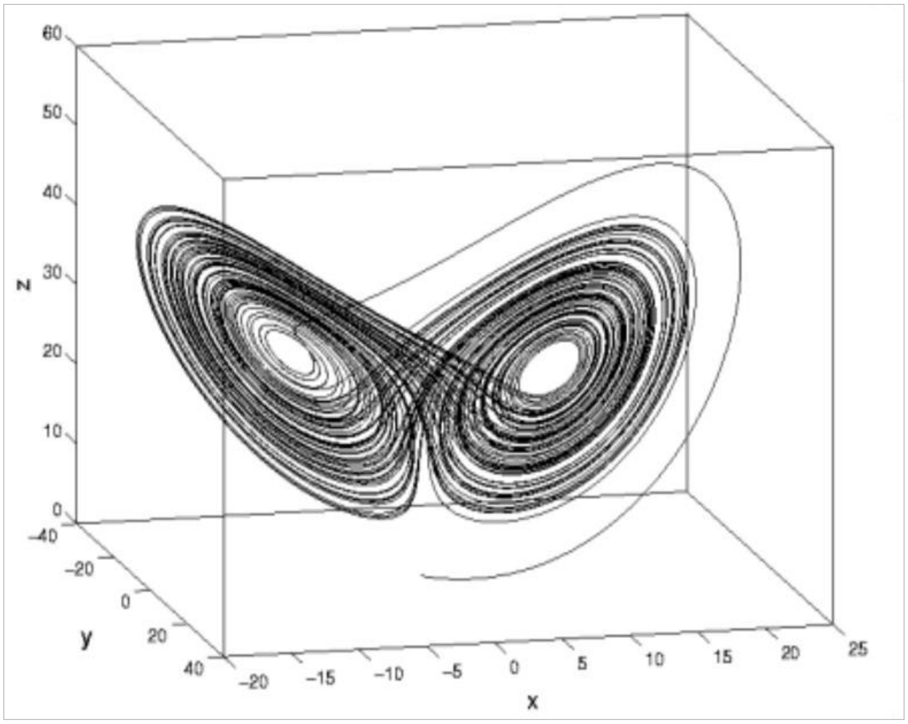
2.2 La "Mariposa de Lorenz"

Quizás, uno de los "Sistemas Dinámicos" más ilustrativo en la descripción de un "Atractor Extraño", sea el de Lorenz.

El Dr. Edward Lorenz (1917 - 2008), insigne estadístico, matemático y meteorólogo norteamericano, profesor titular del MIT en el Estado de Massachusetts (EE.UU.); estaba tratando de diseñar un modelo para explicar el comportamiento de un sistema gaseoso: El clima, por supuesto.

Los resultados de sus estudios parecían ser al azar, pero cuando eran graficados apareció algo sorprendente: Los resultados se ubicaban siempre sobre una curva de espiral doble:

Gráfico N° 8



Obsérvese que los resultados del modelo, siguen recorridos en espiral; sin detenerse en ningún punto ni pasando dos veces por el mismo recorrido.

El Prof. Lorenz descubrió en sus estudios que en cualquier fenómeno, el control sobre las variables puede ser mantenido dentro de un sistema de bandas, pero no fijado en forma precisa.

3.0 LA PREDECTIBILIDAD EN MODELOS CAOTICOS

3.1 Las Bifurcaciones

Se define como "Bifurcaciones", a la parte de las matemáticas que estudia los cambios en el comportamiento de un conjunto de ecuaciones.

La "Teoría de la Bifurcación" se aplica principalmente a "Sistemas Dinámicos".

Una "Bifurcación" existirá, cuando una pequeña variación en los valores de los parámetros de un modelo, causan un brusco cambio "cualitativo" o "topológico" en el desarrollo del mismo y por lo tanto en su resultado.

Si bien se ha demostrado en el punto anterior, que un "Sistema Dinámico" es extremadamente sensible a las condiciones iniciales. Esas mismas condiciones iniciales, van además a incidir enormemente en la propia evolución del modelo y su capacidad de predicción.

Por Ejemplo:

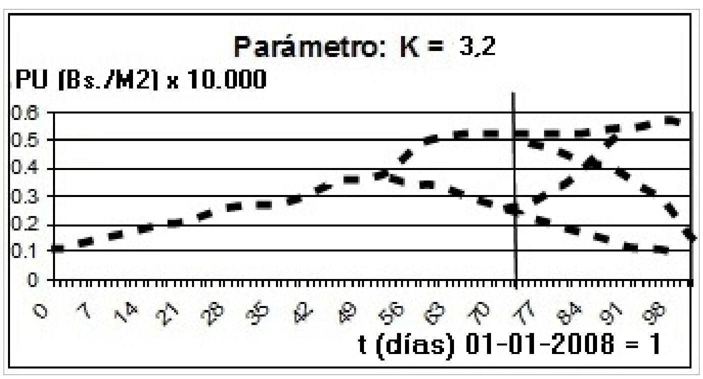
Si en el mismo Modelo Dinámico anteriormente estudiado (Apartamentos en la Parroquia Coche, Caracas.):

$$PU_{t+1} = 3{,}15731 * PU_t * (1 - PU_t)$$

Si se le asigna a la constante el valor de k = 3,2:

Al plotear el resultado del modelo, se obtendrá el siguiente gráfico:

Gráfico N° 9



Obsérvese en el Gráfico N° 9, que para el día t = 77, el modelo genera Dos (2) valores para PU: 0,27 y 0,52 (2.700 y 5.200 Bs./M2). Se produce un cambio repentino en el comportamiento del modelo.

Pudiéndose concluir que la "Extrema Sensibilidad" a las condiciones iniciales de un "Sistema Caótico", no permite predecir el comportamiento futuro de un fenómeno más allá de un corto plazo.

3.2 Los Exponentes de Lyaponov

Los “Exponentes de Lyapunov”, se definen rigurosamente como:

$$\lambda = \lim_{t\to\infty} \frac{1}{t} \ln \left| \frac{\delta y(t)}{\delta y(t_0)} \right|$$

Los “Exponentes de Lyaponov” se usan para diferenciar a los “Modelos Lineales o Estables” de los “Modelos Inestables o Caóticos”.

Si bien, la “Sensibilidad a las Condiciones Iniciales” es una propiedad de los “Modelos Dinámicos Deterministas” y por ende del “Comportamiento Caótico”. No es suficiente definir un modelo como “Caótico”, simplemente por el hecho de que cumpla con esta condición. Muchos “Sistemas Lineales” y “Sistemas Inestables o Estocásticos” también lo son.

En los “Sistemas Dinámicos”, los “Exponentes de Lyaponov”, son coeficientes que se pueden calcular para definir la forma en que evolucionan las trayectorias de un sistema; de tal forma que es posible determinar si el modelo convergerá o no a un atractor.

Generalmente, el cálculo de los “Exponentes Lyapunov”, no puede ser llevado a cabo en forma analítica y en la mayoría de los casos se deben recurrir a “Técnicas de Cálculo Numérico” para su determinación o a través de paquetes o software matemáticos avanzados.

Por definición, los “Sistemas Dinámicos”, poseen la misma cantidad de “Exponentes de Lyaponov” que “Grados de Libertad” y su comportamiento estará definido por el “Mayor” de dichos exponentes

Si el mayor de los “Exponentes de Lyaponov” es menor que cero ($\lambda < 0$), todos los demás exponentes negativos; implicando que el sistema converge a un punto fijo, estando entonces en presencia de un “Sistema Estable”.

Es un caso especial, si el exponente es cero ($\lambda = 0$); implicando que se está en presencia de un “Sistema Estable” que se estabiliza en una órbita periódica

Sin embargo, si el mayor de los “Exponentes de Lyaponov” es positivo ($\lambda > 0$), todos los demás exponentes serán positivos; implicando que el sistema ni se estabiliza en un punto fijo ni en una órbita periódica, estando entonces en presencia de un “Sistema Dinámico”.

Los profesores Tanaka, Aihara y Taki, en su monografía: “Analysis of Positive Lyapunov Exponents from Random Time Series”, publicado en 1998. Demostraron que las “Series Inestables”, con patrones de conducta al azar, también exhiben “Exponentes de Lyapunov”, pudiéndose confundir un “comportamiento caótico” con un “comportamiento aleatorio”.

3.3 Interpretación de los “Coeficientes de Liapunov”

De acuerdo a las observaciones de los profesores Tanaka, Aihara y Taki, la interpretación de los “Coeficientes de Liapunov” es la siguiente:

Tabla N° 3

Si $\lambda > 0$	*El modelo exhibe un “Comportamiento Caótico”*
Si $\lambda \leq 0$	*El modelo exhibe un comportamiento lineal*
Si $\lambda > 1$	*El modelo exhibe un comportamiento inicial caótico, que después de pocas evoluciones se podría transforma en un sistema estocástico*

3.4 Ejemplo Ilustrativo:

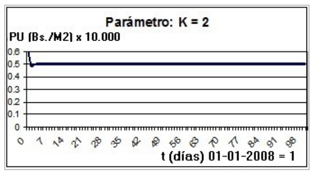
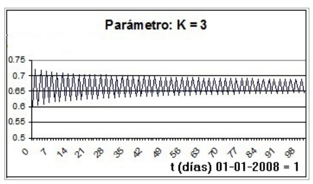
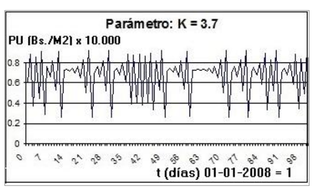
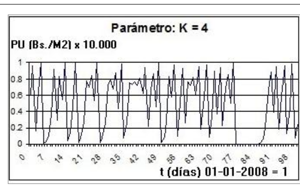
Al mismo “Modelo Dinámico” anteriormente estudiado (Apartamentos en la Parroquia Coche, Caracas.):

$$PU_{t+1} = 3{,}15731 * PU_t * (1 - PU_t)$$

Se determinará su potencial de ser Series Inestables, Estables o Caóticas, por medio del cálculo de los “Exponentes de Lyaponov”, para Cuatro (4) de los casos analizados.

Para el cálculo de los “Exponentes de Lyaponov”, también se emplea el Paquete y Graficador Estadístico Matemático SCILAB versión 5.5.1 para Windows (R).

TABLA N° 4

Constante k	Modelo	Exponente de Lyaponov	Conclusión
K = 2,0		λ = - 0,8865 (*)	Serie Estable (Converge en un punto)
K = 3,0		Λ = - 0,0002 (*) (Tiende a cero)	Serie Estable (Converge en una órbita)
K = 3,7		λ = 0,1946 (*)	Serie Caótica (No se estabiliza en un punto fijo ni en una órbita periódica, estando entonces en presencia de un “Atractor”
K = 4,0		- λ = 1,0015 (*)	Serie inicialmente Caótica, que podría transforma en un sistema estable o estocástico

(*) Cálculos y gráficos realizados con el Software y Graficador Matemático – Estadístico SCILAB ver. 5.5.1 para Windows (R).

4.0 EJEMPLO DEMOSTRATIVO: ANALISIS DE UNA SERIE DINAMICA

4.1 Sea la siguiente serie temporal (Enero / 2009- Diciembre 2013) representativa de Setecientas Cuarenta (740) operaciones (después de depurar la muestra) de compra - venta de apartamentos de clase media; en la Urbanización “Ciudad Casarapa” , ubicada en la ciudad de Guarenas (Estado Miranda), obtenidos en la Oficina de Registro inmobiliario del Municipio Plaza del Estado Miranda:

TABLA N° 5: Base de Datos (parcial, solo como ilustración)

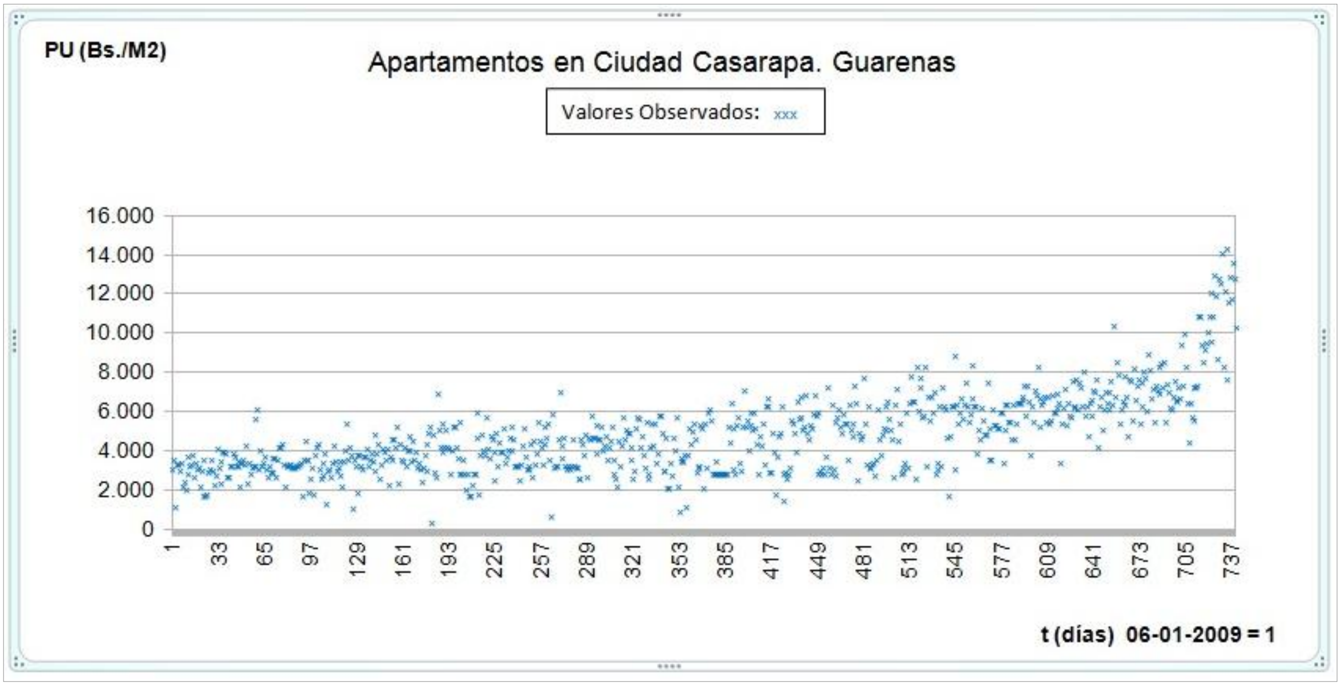
APARTAMENTOS EN LA URBANIZACION CIUDAD CASARAPA. GUARENAS										
Descripción Urbanización	**Dirección L1**	**Vendedor**	**Comprador**	**Area Construc**	**Bs Monto Venta**	**Precio Bs/m2**	**Año Term**	**Tomo**	**Número**	**Fecha Registro**
CIUDAD CASARAPA	AV. PPAL CJTO.RES. CDAD CASARAPA EDIF. 5-3 No. 3C	RODOLFO DIAZ	RAUL RIVAS	73,00	230.000,00	3.151,00	1995	1	6	06-ene-2009
CIUDAD CASARAPA	AV.PPAL CJTO.RES.CD AD CASARAPA EDIF.28-2 P-4 No.4B	YMBERLINI PIÑA	ROBERT GUZMAN	55,00	200.000,00	3.636,00	2007	2	29	06-ene-2009
CIUDAD CASARAPA	CALLE PPAL CJTO.RES.CD AD CASARAPA EDIF.27-3 P-1 No.1D	ISAURA DE ARIAS	CONVERSION PEREZ G.	55,00	66.000,00	1.200,00	2007	2	16	08-ene-2009
CIUDAD CASARAPA	CALLE PPAL CJTO.RES.CD AD CASARAPA EDIF.27-3 S/N	ISAURA DE ARIAS	EBERILDES TERAN	55,00	186.813,00	3.397,00	2007	2	18	08-ene-2009
CIUDAD CASARAPA	CALLE PPAL CJTO.RES.CD AD CASARAPA EDIF.27-3 S/N	ISAURA DE ARIAS	IRLANDA BONILLA	55,00	186.813,00	3.397,00	2007	2	18	08-ene-2009
CIUDAD CASARAPA	AV. PPAL CJTO.RES. CDAD CASARAPA EDIF. 7-11 P-1 No. 1B	IRAIMA GUAIMA	JEANPIERO LINARES	55,00	165.000,00	3.000,00	1996	1	7	09-ene-2009
CIUDAD CASARAPA	CALLE PPAL CJTO.RES.CD AD CASARAPA EDIF.28-6 P-1 No.1C	ISAURA DE ARIAS	NOEL QUEMBA	55,00	190.000,00	3.455,00	2007	2	36	09-ene-2009
CIUDAD CASARAPA	CALLE PPAL CJTO.RES.CD AD CASARAPA EDIF.27-2 P-1 No.4A	ISAURA DE ARIAS	MARY BRAVO	55,00	122.000,00	2.218,00	2007	2	37	09-ene-2009
CIUDAD CASARAPA	AV. PPAL CJTO.RES. CDAD CASARAPA EDIF. 4-1 P-2 No. 2B	LUIS BRITO	JOSE GUILARTE	74,00	185.000,00	2.500,00	2003	1	1	12-ene-2009
CIUDAD CASARAPA	CALLE PPAL CJTO.RES.CD AD CASARAPA EDIF.22-2 P-1 No.1F	JORGE DA SILVA	LUIS DA SILVA	54,00	110.000,00	2.037,00	2000	3	2	12-ene-2009
CIUDAD CASARAPA	CALLE PPAL CJTO.RES.CD AD CASARAPA EDIF.5-15 P-2 No.2H	TITO CARREÑO	ANGEL SCARRANO	50,00	190.000,00	3.800,00	1995	2	38	13-ene-2009

(Siguen más datos.........)

4.2 Ploteo de la Muestra

Al plotear la data seleccionada en un gráfico de escala temporal, se obtiene la siguiente representación:

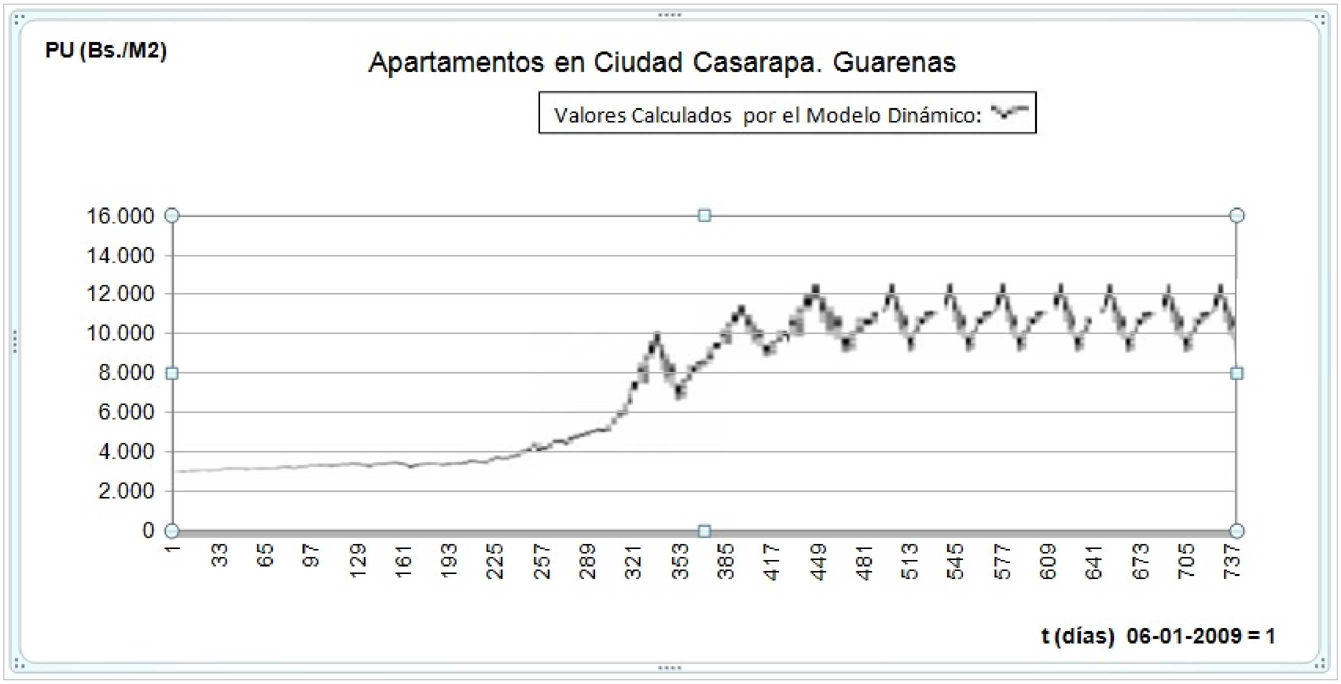
Gráfico N° 10



4.3 Cálculo del “Modelo Dinámico”, que intenta explicar el comportamiento de la variable “Precio Unitario” de apartamentos en Ciudad Casarapa en función del Tiempo (t)

Utilizando nuevamente la “Ecuación Logística” previamente estudiada; se determinará el “Modelo Dinámico” que trate de explicar el fenómeno, utilizando el Paquete Estadístico Matemático avanzado SCILAB 5.5.1 para Windows (R) de la empresa Scilab Enterprises Inc. (www.scilab.org).:

Gráfico N° 11



Se procedió a calcular el "Modelo Dinámico" que explica la variación del Precio Unitario de Apartamentos en función al tiempo, la cuál es la siguiente:

$$PU_{t+1} = 3{,}54201 * PU_t * (1 - PU_t)$$

Cuyos estadígrafos de control son:

k = 3,54201
σ Precio Unitario = 0,1155604669
σ Tiempo en días = 4.658,2813270149
R2 Coeficiente de Determinación = 0,75022761
σ Regresión = 1.223,3679552926
F Fisher = 1.371,9435548329
Grados de Libertad = 738
SCR = 2.053.290.721,85591
SCE = 110.4512.315,67922

Siguen otros estadígrafos con poca relevancia para este caso

4.4 Análisis de la sensibilidad a las "Condiciones Iniciales" del "Modelo Dinámico"

El coeficiente del “Modelo Dinámico” calculado resultó ser “k = 3,54201”.

Para la “Ecuación Logística”, la cual ha sido estudiada en numerosos trabajos; el valor del coeficiente “k” está íntimamente relacionado con el comportamiento del sistema:

Repetición de la Tabla N° 1

Si k < 3,0	El modelo presentará un “Comportamiento Estable” y la función convergerá a un punto o a una órbita en equilibrio.
Si 3,0 < k < 3,57	El modelo presentará un “Comportamiento Caótico” y la función evolucionará a órbitas periódicas acotadas. Cada vez más complejas Pudiéndose presentar bifurcaciones en la función.
Si 3,57 < k < 4,0	El modelo presentará un “Comportamiento Caótico” y la función evolucionará a órbitas periódicas complejas. Pudiéndose presentar bifurcaciones en la función.
Si k > 4,0	El modelo presentará un “Comportamiento Caótico” y la función evolucionará a órbitas “No Predecibles”, indicando la presencia de un “Atractor Extraño”. Si bien inicialmente el modelo es Caótico, pero podría transforma en un sistema inestable o estocástico, no permitiendo la predicción de un fenómeno en el medio plazo

Para el caso de este ejemplo, el coeficiente k = *3,54201*. Esto implica, de acuerdo a la información anterior que es probable que el sistema en estudio sea caótico

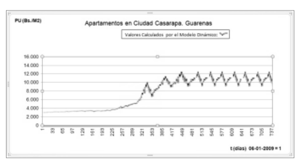
Ahora bien; el hecho que el coeficiente “k” esté comprendido entre los valores de 3,0 y 3,57. No es suficiente para afirmar que el “Modelo Dinámico” calculado sea “Caótico”. Es necesario, verificar esta condición por otro medio

4.5 Cálculo del “Exponente de Lyaponov”

Para el cálculo de los “Exponentes de Lyaponov”, también se emplea el Paquete y Graficador Estadístico Matemático SCILAB versión 5.5.1 para Windows (R).

Salida del Paquete Scilab (Librería Exponentes de Lyaponov (*):   ***El mayor de los Exponentes de Lyaponov es: λ = 0,7532***

TABLA N° 6

Constante k	Modelo	Exponente de Lyaponov	Conclusión
K = *3,54201*		λ = 0,7532 (*)	El modelo presentará un “Comportamiento Caótico” y la función evolucionará a órbitas periódicas acotadas. Cada vez más complejas Pudiéndose presentar bifurcaciones en la función.

Repetición de la Tabla N° 3

Si $\lambda > 0$	*El modelo exhibe un “Comportamiento Caótico”*
Si $\lambda \leq 0$	*El modelo exhibe un comportamiento lineal*
Si $\lambda > 1$	*El modelo exhibe un comportamiento inicial caótico, que después de pocas evoluciones se podría transforma en un sistema estocástico*

4.6 Conclusión del ejemplo desarrollado:

Aparentemente, el fenómeno: “Venta de Apartamentos en la Urbanización “Ciudad Casarapa”. Guarenas; está representado por un “Sistema Caótico”, ya que cumple las siguientes condiciones:

El coeficiente “k = 3,54201”	“Comportamiento Caótico”. La función evolucionará a órbitas periódicas acotadas
El Mayor de los “Coeficientes de Lyaponov” es: $\lambda =$ 0,7532 ($\lambda > 0$)	El Modelo exhibe un “Comportamiento Caótico”

4.7 Capacidad de predicción del modelo dinámico estudiado

Si bien se concluyó que aparentemente el modelo estudiado es “Caótico”, se procederá a observar la capacidad de predicción del modelo.

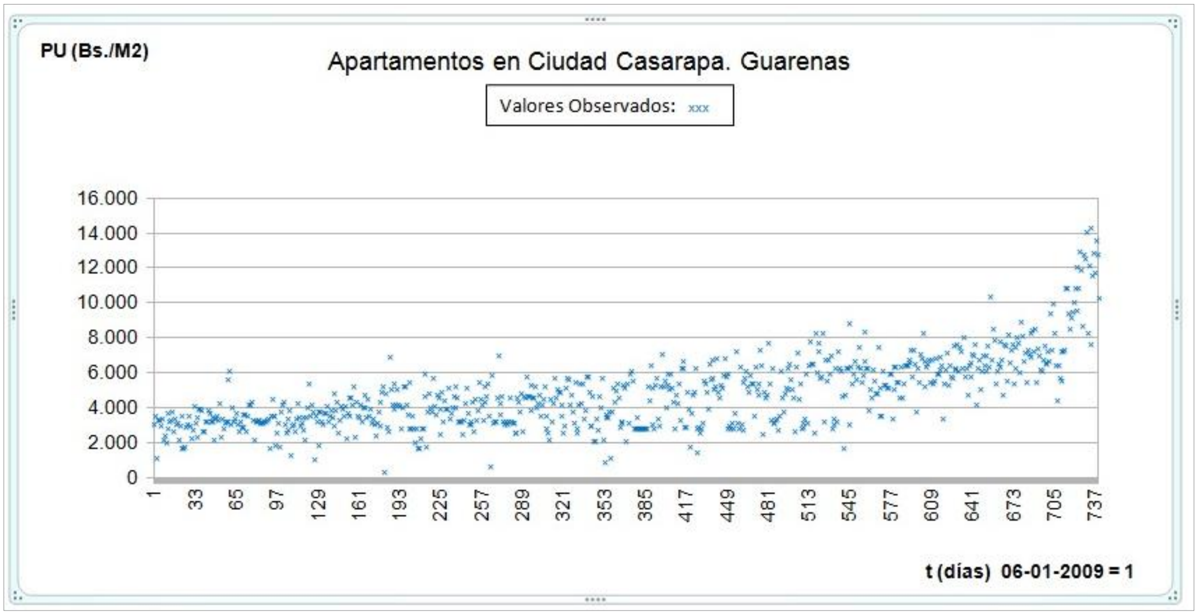
Considerando, que las “Series Inestables o Estocásticas” (series con patrones de conducta al azar), también podrían exhibir “Exponentes de Lyapunov” positivos ($\lambda > 0$), pudiéndose confundir un “comportamiento caótico” con un “comportamiento aleatorio”.

Considerando, que la sensibilidad a las condiciones iniciales de un “Sistema Caótico”, no permitiría predecir el comportamiento futuro de un fenómeno más allá de un corto plazo.

Se procederá a comparar los “Valores Observados” de la serie de referenciales seleccionados, con los “Valores Calculados” por el “Sistema Dinámico” en una misma escala de tiempo.

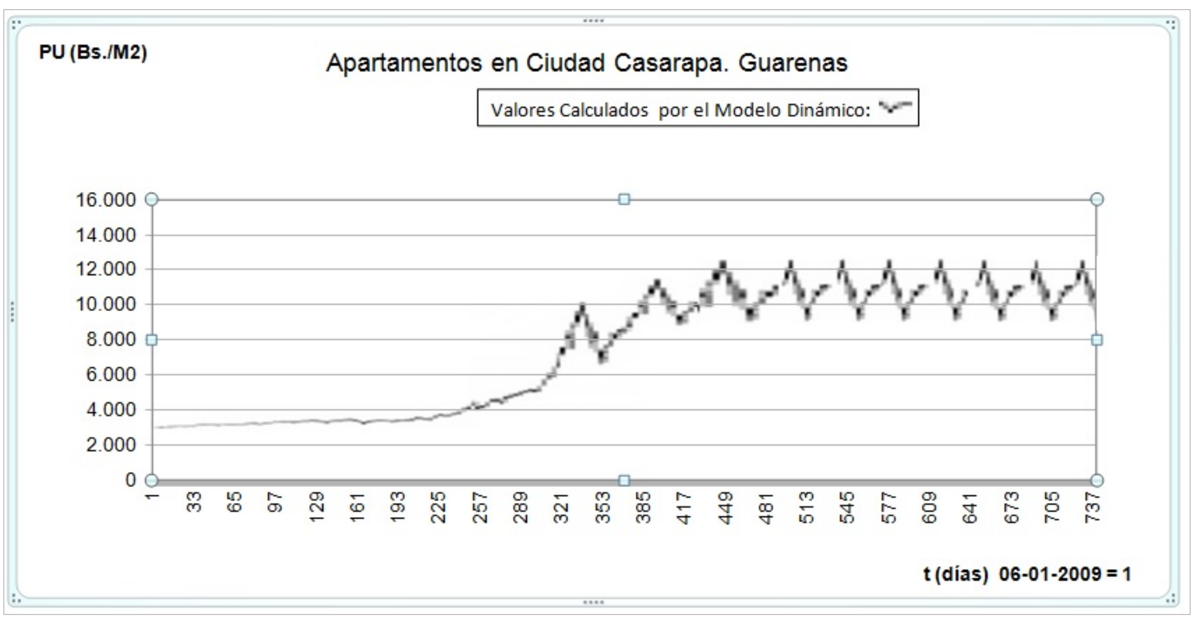
4.8 Valores Observados

Repetición del Gráfico N° 10



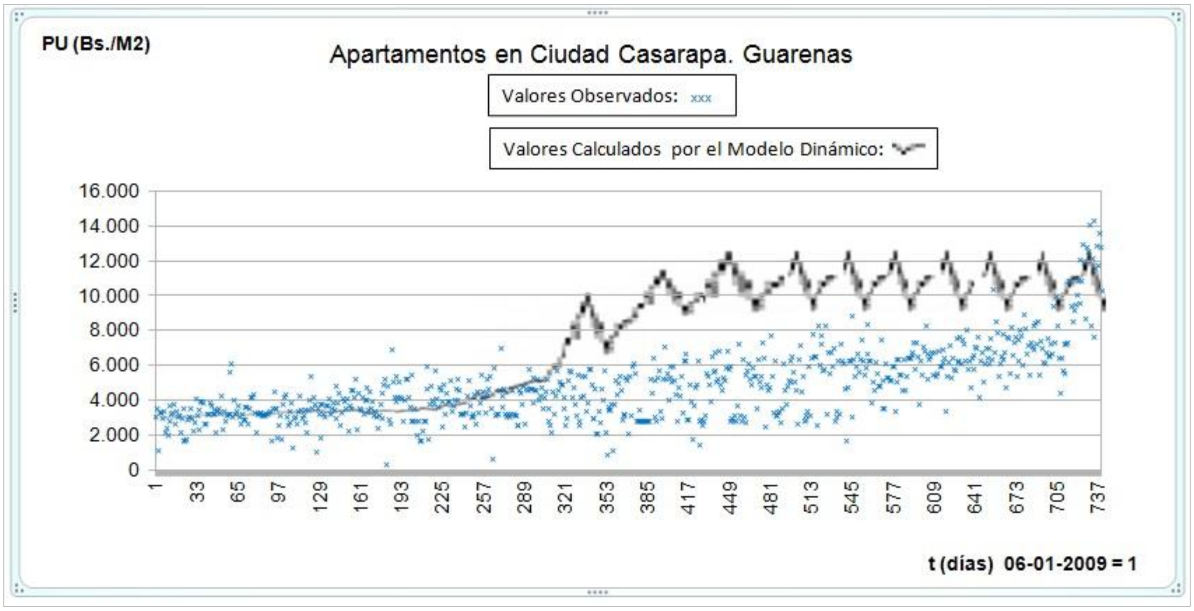
4.9 Valores Calculados por el modelo dinámico:

Repetición del Gráfico N° 11



4.10 Superposición “Valores Observados” y los “Valores Calculados” por el “Modelo Dinámico”, en la misma escala de tiempo

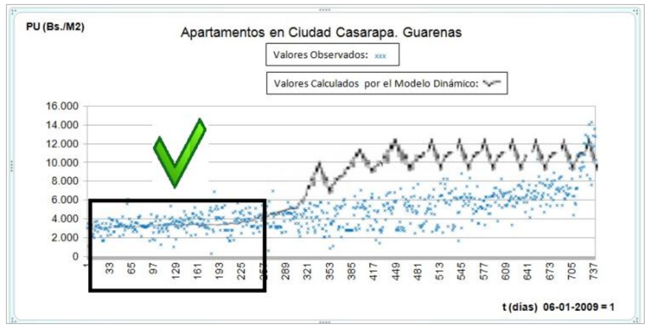
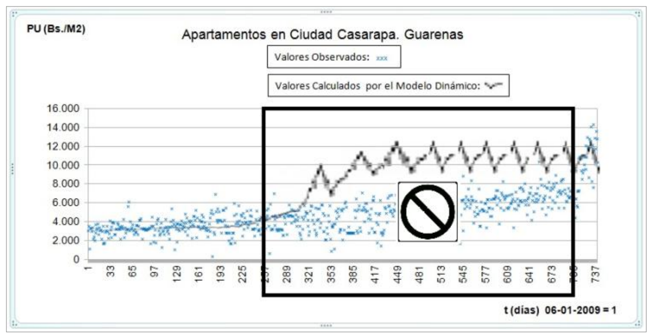
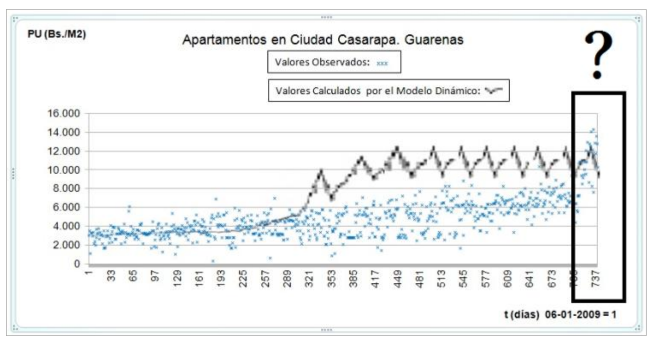
Gráfico N° 12



4.11 Conclusiones del Análisis de la Predictibilidad del Modelo Dinámico

Al comparar el ploteo de la serie de referenciales en la escala de tiempo estudiada, con el desarrollo de la evolución del modelo aperiódico generado por la “Ecuación Logística”, con respecto a la predictibilidad del modelo dinámico, se podrán a las siguientes conclusiones:

TABLA N° 7

a	El Modelo Dinámico, SI PREDICE el fenómeno estudiado en el “Corto Plazo” en la escala de tiempo seleccionada (desde t = 1 hasta t = 257 días aprox.)	
b	El Modelo Dinámico, NO es capaz de predecir la evolución del fenómeno estudiado después de t = 257 días aprox. Cambia su trayectoria de una curva a una órbita sinusoidal acotada, indicando claramente la presencia de un Atractor en el sistema	
c	**<u>Conjetura:</u>** ¿ Podrá el Modelo Dinámico, predecir el fenómeno a partir de t = 705 días aprox.?. Debido a la aperiodicidad de los sistemas caóticos, es posible que en otro período (mas allá de t = 705 días) el modelo dinámico vuelva a predecir correctamente al fenómeno estudiado	

5.0 CONCLUSIONES

1. Los “Sistemas Caóticos”, presentan una dinámica no lineal y su comportamiento se caracteriza por la existencia de “Atractores”.

2. La existencia de “Atractores”, definen al "Orden a partir del Caos". El orden no sería más que una manifestación del desorden.

3. Generalmente, el Valor Unitario de Inmuebles Similares en un mismo sector, no se distribuye en forma “Normal” y por lo tanto no podría ser modelado linealmente; más bien deberían ser usados “Modelos Dinámicos”.

4. Los “Modelos Dinámicos” permiten que las predicciones de un fenómeno a corto plazo, sean más precisas que las que podrían realizarse con “Modelos Lineales.

5. El “Comportamiento Caótico” de un Mercados Inmobiliario, se genera principalmente por las siguientes razones:

   A) La gran cantidad de variables que intervienen en la conformación del “Valor Inmobiliario” (tales como Precio de Venta, Area de Terreno, Area de Construcción, Edad, Fecha de Adquisición, Número de Habitaciones, etc.)

   B) Los cambios repentinos en la demanda y oferta de inmuebles en el mercado.

   C) Los compradores y vendedores de inmuebles, se mueven en un mercado inmobiliario siguiendo principalmente a su propio interés.

Caracas, 9 de Abril de 2015

BIBLIOGRAFIA

BALANDIER, G. El desorden, la teoría del caos y las ciencias sociales. Gedisa Editorial.

FERNANDEZ D., A., Dinámica Caótica en Economía. Universidad Complutense de Madrid. Editorial Mc Graw Hill.

GLEICK, J. Caos: La creación de una ciencia. Editorial Seix Barral.

GONZALEZ-MIRANDA, J., Synchronization and Control of Chaos. An introduction for scientists and engineers. Imperial College Press. ISBN 1-86094-488-4. (2004)

MANDELBROT, B., Fractals and Scaling in Finance. Editorial Springer. Reino Unido (1997).
LORENZ, E., "Deterministic Nonperiodic Flow". Journal of the Atmospheric Sciences 20 (2): 130–141. (1963)

OTT, E. (2002). Chaos in Dynamical Systems. Cambridge University Press New, York. ISBN 0-521-01084-5.

SAMENTBAND, M., Entre el orden y el caos: la complejidad. Editorial Fondo de Cultura Económica.

Universidad de Buenos Aires. Seminario de Integración y Aplicación: Dinámica no lineal y caos en el mercado cambiario: Un análisis empírico para Argentina. Autor: Ariel Nicolás, FCE-UBA. 2004.

Universidad de Buenos Aires (UBA). Tesis de Ascenso. Dinámica Caótica en Mercados Financieros. Autores: Juan R. Garnica H., Adriana Caniggia. Esteban O. Thomasz y Paula Garófalo

Universidad de Sevilla. XIII Jornadas de ASEPUMA: Movimiento Browniano y Geometría Fractal. Autor San Miguel, Jesús Miguel, El IBEX35.

Universidad de Tokio. Departamento de Matemáticas, Ingeniería y Física: Analysis of Positive

Lyapunov Exponents from Random Time Series. Autores: Toshiyuki Tanaka, Kazuyuki Aihara y Masao Taki, Documentos Técnicos. 1998.

Universidad Nacional de Cuyo. Facultad de Ciencias Económicas, Señal de Caos en series financieras. El spectrum de Lyapunov en el análisis de “sensibilidad a condiciones iniciales”. Autor M. Balocco. (Argentina).

Universidad Nacional de Educación a Distancia de España (UNED): Artículo divulgativo sobre el creciente aporte de la Teoría del Caos en Medicina. Varios autores. Octubre 2009.

Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas: Artículo divulgativo. Alcances y limitaciones de la Teoría del Caos aplicada al análisis del Comportamiento Organizacional, Cultural y la Necesidad del Cambio. Varios autores.

Acceso a Internet: http://www.aunmas.com/ciencia/ciencia_021.php. Artículos de Ciencia y Tecnología de la empresa AUNMAS.COM. Número 21. Aunmas_ciencia_021. 21 Noviembre 2002. Autor Juan Chameros. Revisado y actualizado a Abril 2008

Acceso a Internet: http://es.wikipedia.org/wiki/Teor%C3%ADa_del_caos. Enciclopedia Electrónica Wikipedia

Acceso a Internet: http://www.megabolsa.com/biblioteca/art35.php. Artículo divulgativo de la empresa MEGBOLSA.COM: Caos y Bolsa (Impredecibilidad y manipulabilidad). Autor Diego Herrero

Acceso a Internet: http://www.mapfre.com/documentacion/publico/i18n/catalogo_imagenes/grupo.cmd?path=1052612. Artículo divulgativo de la empresa MAFRE: ESTABILIDAD, CAOS Y CRISIS FINANCIERA. Autor Ubaldo Nieto de Alba

Acceso a Internet: http://www.eumed.net/ce/2008b/. Artículo divulgativo de la empresa EUMED: "La teoría del caos en la economía". Autores Wompner G. y F.H., junio 2008